# EJA

# CANAL SEDUC-PI4

| PROFESSOR (A): | DISCIPLINA: | AULA Nº: | CONTEÚDO: | DATA: |
|---|---|---|---|---|
| ABRAÃO FLORÊNCIO | MATEMÁTICA | 02 | CONJUNTOS NUMÉRICOS | 03.03.2020 |

# NA AULA ANTERIOR

**Atividade 1**

Classifique as afirmações seguintes em verdadeiras **(V)** ou falsas **(F)**:

a) Todo número primo é ímpar.

b) Se dois números inteiros têm o mesmo módulo, então eles são iguais.

c) O quadrado de um número natural não nulo é sempre maior do que o próprio número.

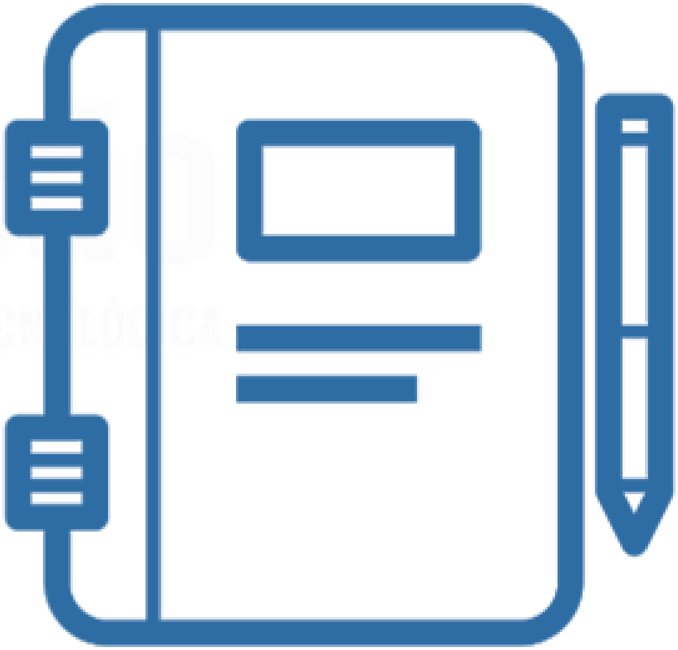
d) O cubo de um número inteiro não nulo é sempre maior que o quadrado desse número.

e) Se $a \in Z$ e $b \in Z$ e $a > b$, então $a^2 > b^2$.

# ROTEIRO DE AULA

## Conjuntos numéricos

- Conjunto dos Números Racionais



## Conjunto dos Números Racionais

O conjunto Z é **fechado** em relação às operações de **adição, multiplicação e subtração**, mas o mesmo não acontece em relação à divisão.

Note que, embora (- 12) : (+ 4) = - 3 $\in$ Z, não existe número inteiro x para o qual se tenha x = (+ 4) : (- 12). Por esse motivo, fez-se necessária uma ampliação do conjunto Z, da qual surgiu o conjunto dos números racionais Q.

## Conjunto dos Números Racionais

O conjunto dos números racionais, identificado por Q, é inicialmente descrito como o **conjunto dos quocientes entre dois números inteiros**, em que o divisor é diferente de zero.

Por exemplo, são números racionais:

$$0,\ \pm 1,\ \pm\frac{1}{2},\ \pm\frac{1}{3},\ \pm 2,\ \pm\frac{2}{3},\ \pm\frac{2}{5}\ \text{etc}$$

## Conjunto dos Números Racionais

Podemos escrever, de modo mais simplificado:

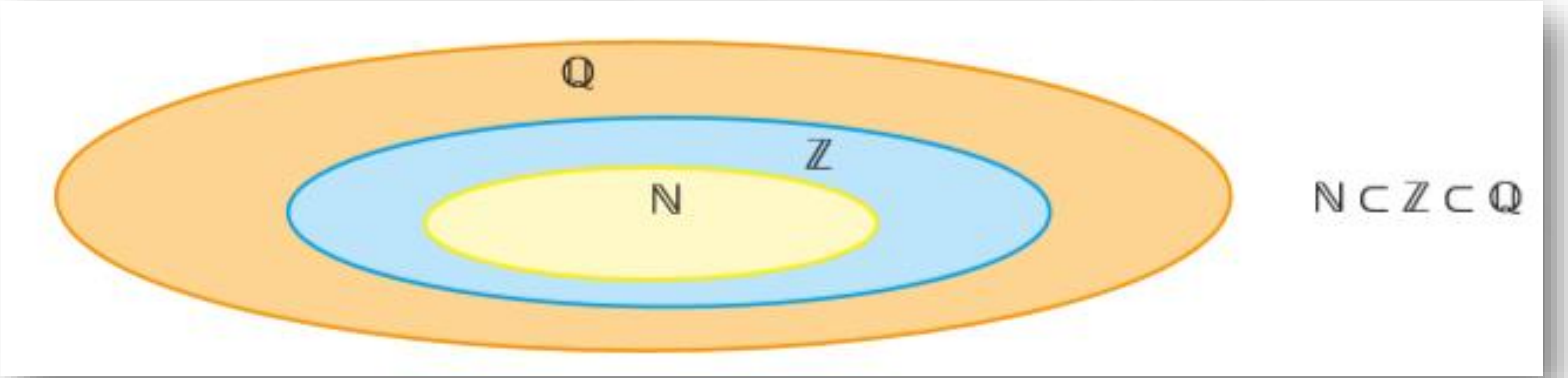
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

$\frac{2}{7}$ $-\frac{11}{40}$ $\frac{12}{1}$

Dessa forma, podemos definir o conjunto Q como o **conjunto das frações $\frac{p}{q}$**; assim, um número é racional quando pode ser escrito como uma fração $\frac{p}{q}$, com **p e q inteiros e q $\neq$ 0**.

## Conjunto dos Números Racionais

Se q = 1, temos $\frac{p}{q} = \frac{p}{1}$ = p $\in$ Z, o que mostra que Z é subconjunto de Q. Assim, podemos construir o diagrama:




# Conjunto dos Números Racionais

No conjunto Q destacamos os seguintes subconjuntos:

- $Q^*$: conjunto dos números racionais não nulos;
- $Q_+$: conjunto dos números racionais não negativos;
- $Q^*_+$ : conjunto dos números racionais positivos;
- $Q_-$: conjunto dos números racionais não positivos;
- $Q^*_-$ : conjunto dos números racionais negativos.

## Conjunto dos Números Racionais

O conjunto Q é **fechado** para as operações de **adição, multiplicação e subtração**. Como não se define “divisão por zero”, o conjunto Q não é fechado em relação à divisão.

No entanto, o conjunto Q* é fechado em relação à divisão.

# Representação decimal das frações

Tomemos um número racional p/q, tal que p não seja múltiplo de q. Para escrevê-lo na forma decimal, basta efetuar a divisão do numerador pelo denominador.

Nessa divisão podem ocorrer dois casos:

- **1° Caso)** O quociente obtido tem, após a vírgula, uma quantidade finita de algarismos e o resto da divisão é zero.

- $\frac{2}{5} \rightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 5 \\ \hline 20 & 0,4 \\ 0 & \end{array}; \quad \frac{2}{5} = 0,4$

- $\frac{35}{4} \rightarrow \begin{array}{r|l} 35 & 4 \\ \hline 30 & 8,75 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}; \quad \frac{35}{4} = 8,75$

## Representação decimal das frações

- Quando isso ocorrer, os decimais obtidos são chamados **decimais exatos**.
- Observe que acrescentar uma quantidade finita ou infinita de algarismos iguais a zero, à direita do último algarismo diferente de zero, não altera o quociente obtido. Veja, no exemplo, algumas representações possíveis para o número racional 2/5:

$$\frac{2}{5} = 0{,}4 = 0{,}40 = 0{,}400 = 0{,}400000\ldots$$

## Representação decimal das frações

- Inversamente, a partir do decimal exato 0,4, podemos identificá-lo com a fração $\frac{4}{10}$, que, simplificada, se reduz a $\frac{2}{5}$

$$8{,}75 = \frac{875}{100} = \frac{35}{4}$$

$$1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}.$$

$$1{,}432 = \frac{1432}{1000}$$

$$21{,}53 = \frac{2153}{100}$$

## Representação decimal das frações

- **2° Caso)** O quociente obtido tem, após a vírgula, uma infinidade de algarismos, nem todos iguais a zero, e não é possível obter resto igual a zero na divisão.

- $\frac{2}{3} \rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} 2 & 3 \\ \hline 20 & 0,6666... \\ \quad 20 & \\ \quad\quad 20 & \\ \quad\quad\quad 2 & \end{array}$$

$$\frac{2}{3} = 0,6666... = 0,\overline{6}$$

- $\frac{167}{66} \rightarrow$

$$\begin{array}{l|l} 167 & 66 \\ \hline \ \ 350 & 2,53030... \\ \quad 200 & \\ \quad\quad 20 & \\ \quad\quad 200 & \\ \quad\quad\quad 20 & \end{array}$$

$$\frac{167}{66} = 2,53030... = 2,5\overline{30}$$

## Representação decimal das frações

- Observe que, nesses casos, ocorre uma repetição de alguns algarismos.

- Os números decimais obtidos são chamados **decimais periódicos ou dízimas periódicas**; em cada um deles, os algarismos que se repetem formam a parte periódica, ou período da dízima.

- Para não escrever repetidamente os algarismos de uma dízima, colocamos um **traço horizontal sobre seu primeiro período.**

$$\frac{11}{9} = 1{,}222... = 1{,}\overline{2}$$

## Representação decimal das frações

- Se uma fração é equivalente a uma dízima periódica, ela é chamada **geratriz** dessa dízima. Nos exemplos anteriores, 2/3 é a fração geratriz da dízima 0,66..., assim como 11/9 é a fração geratriz da dízima 1,222..., etc.

- Para uma fração (irredutível) gerar uma dízima, é necessário que, na decomposição do denominador em fatores primos, haja algum fator diferente de 2 e de 5.

$$\frac{41}{25};\ \frac{3}{16};\ \frac{31}{100};\ -\frac{7}{8}$$

$$5^2 \qquad 2^4 \qquad 2^2 \cdot 5^2 \qquad 2^3$$

decimais

$$\frac{1}{6},\ \frac{1}{42},\ -\frac{5}{33},\ \frac{2}{45}$$

$$2 \cdot 3 \qquad 2 \cdot 3 \cdot 7 \qquad 3 \cdot 11 \qquad 3^2 \cdot 5$$

geratrizes

## Representação fracionária das dízimas periódicas

- Vamos apresentar alguns exemplos de transformação de dízimas periódicas em frações.

**EXEMPLO 1**

Seja a dízima $x = 0,\overline{8} = 0,8888...$ (1):

Fazemos $10x = 10 \cdot 0,8888... = 8,888... = 8,\overline{8}$ (2)

Subtraindo membro a membro (1) de (2), temos:

$$10x - x = 8,\overline{8} - 0,\overline{8}$$

$$9x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{9}$$

## Representação fracionária das dízimas periódicas

### EXEMPLO 2

Com a dízima $z = 0,\overline{96}$, fazemos $100z = 96,\overline{96}$ e subtraímos a primeira da segunda equação:

$$100z - z = 96,\overline{96} - 0,\overline{96}$$

$$99z = 96$$

$$z = \frac{96}{99} = \frac{32}{33}$$

## Representação fracionária das dízimas periódicas

### EXEMPLO 3

Seja a dízima periódica $t = 2{,}0454545...$ 1

Temos:

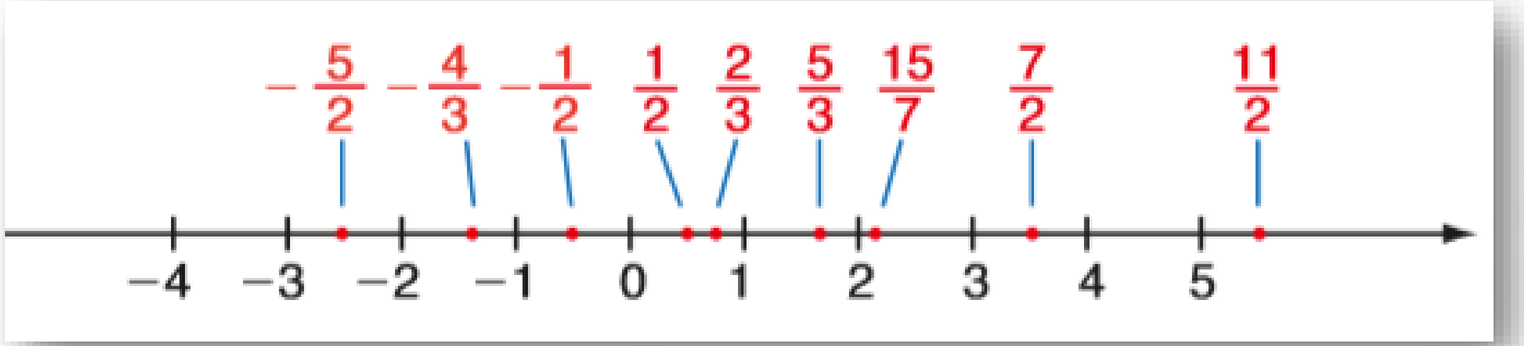
$$\begin{cases} 10 \cdot t = 20{,}4545... & (2) \\ 1000 \cdot t = 2045{,}4545... & (3) \end{cases}$$

Subtraindo 2 de 3, obtemos:

$$990t = 2025 \Rightarrow t = \frac{2025}{990} = \frac{45}{22}$$

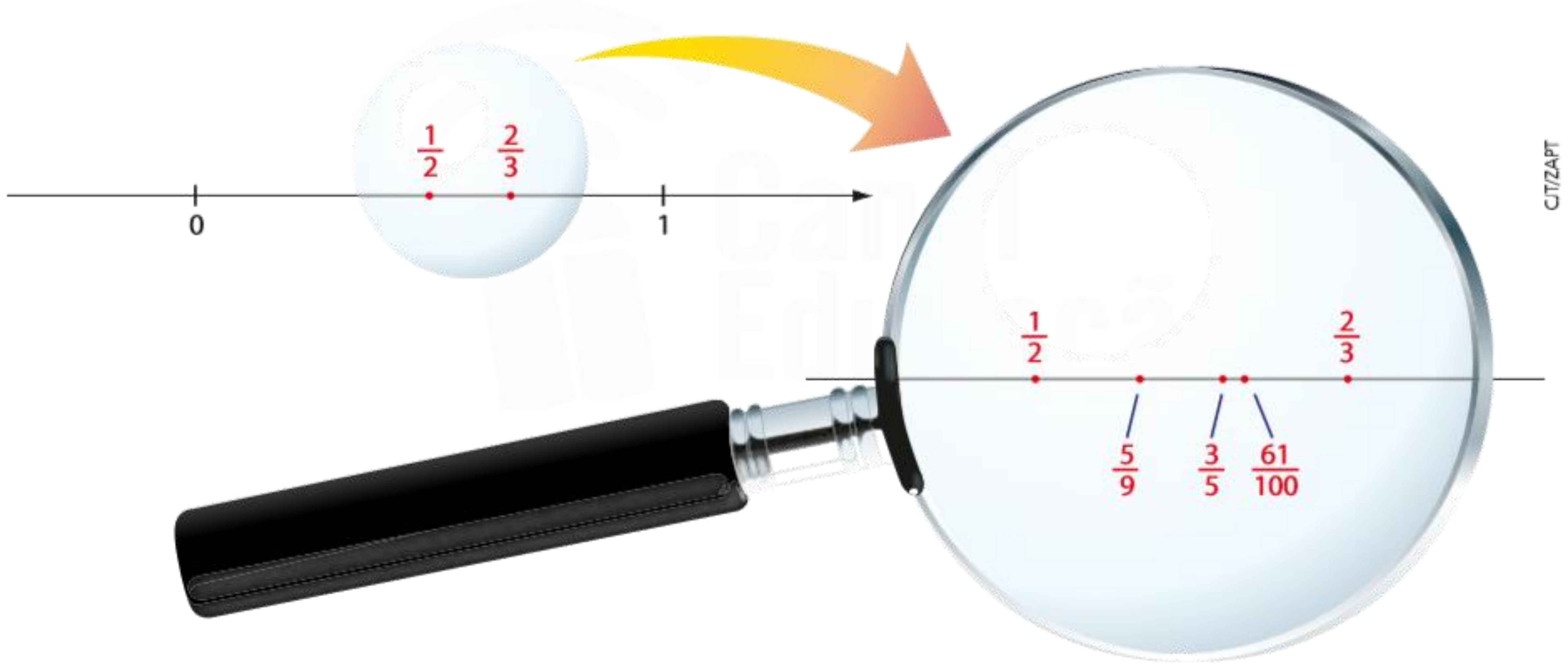
## Representação geométrica do conjunto dos números racionais

Daremos exemplos de números racionais e os localizaremos na **reta numerada**, que já contém alguns números inteiros assinalados:




Podemos notar que entre **dois números inteiros consecutivos existem infinitos números racionais e, também, que entre dois números racionais quaisquer há infinitos números racionais**.

## Representação geométrica do conjunto dos números racionais



## Oposto, módulo e inverso de um número racional

Os conceitos de oposto e módulo, já estudados para os números inteiros, também são válidos para um número racional qualquer.

- O oposto de $-\frac{3}{4}$ é $\frac{3}{4}$.
- O oposto de $\frac{17}{11}$ é $-\frac{17}{11}$.
- $\left|-\frac{7}{8}\right| = \left|\frac{7}{8}\right| = \frac{7}{8}$
- $\left|-\frac{1}{3}\right| = \left|\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$

## Oposto, módulo e inverso de um número racional

- Dois números racionais são ditos inversos um do outro se o produto deles é igual a 1.
- 5/6 e 6/5 são inversos um do outro;
- 2 é o inverso de 1/2
- 5/3 é o inverso de 3/5.
- **Observe que dois números inversos entre si têm necessariamente mesmo sinal.**

# ATIVIDADE

$\in$ = pertence

$\mathbb{Q}$ = Racionais

$\Rightarrow$ = então

$\mathbb{Z}$ = inteiros

$\mathbb{N}$ = naturais

## Atividade 1

Classifique cada item como verdadeiro (**V**) ou falso (**F**):

**a)** $10 \in \mathbb{Q}$ (v)

**b)** $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ e $3 \in \mathbb{Q}$ (v)

**c)** $x \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ ou $x \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow$ (f)

**d)** $0{,}851 \in \mathbb{Q}$ (v)

**e)** $-2{,}\overline{3} \notin \mathbb{Q}$ (f)

**f)** $-2 \in \mathbb{Q} - \mathbb{N}$ (v)

**g)** $-\frac{17}{9} \notin \mathbb{Q}$ (f)

**h)** $-5{,}16666... \notin \mathbb{Z}$ (v)

**i)** $\mathbb{Q}_+ \cap \mathbb{Q}_- = \{\ \}$ (f)

**j)** Todo número racional é inteiro. (f)

$\mathbb{Q}_-$ = racionais não positivos

$\cap$ = intersecção

$\mathbb{Q}_+$ = racionais não negativos

# ATIVIDADE PARA CASA

**A1** Represente na forma fracionária mais simples:

**a)** 0,05
**b)** 1,05
**c)** $-10,2$
**d)** 0,33
**e)** 3,3
**f)** $-2,25$

**A2** Represente na forma decimal:

**a)** $\frac{4}{5} + \frac{8}{5}$
**b)** $\frac{57}{100}$
**c)** $\frac{2}{25}$
**d)** $\frac{3}{125}$
**e)** $\frac{5}{16} - \frac{16}{5}$

# NA PRÓXIMA AULA

## Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos Números Irracionais
- Conjunto dos Números Reais

Ninguém faz cadeados sem chaves. Do mesmo modo, Deus não dá problemas sem soluções.

Grande abraço
Prof. Abraão