

3^a
SÉRIE

CANAL SEDUC-PI3



PROFESSOR (A):

ALEXANDRO
KESLLER



DISCIPLINA:

OFICINA DE
MATEMÁTICA



AULA Nº:

05



CONTEÚDO:

GEOMETRIA
ESPACIAL



TEMA GERADOR:



DATA:

29/05/2020

ROTEIRO DE AULA

GEOMETRIA ESPACIAL

PIRÂMIDES I

Canal
Educação
PROGRAMA DE MEDIÇÃO TÉCNICA

ATIVIDADE PARA CASA

Nos guichês das companhias aéreas dos aeroportos, há caixas que auxiliam os passageiros a identificarem se suas bagagens de mão estão dentro dos padrões estabelecidos pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC). As figuras mostram as dimensões da caixa.



Considerando que todo o conteúdo da bagagem de mão esteja uniformemente distribuído, a densidade máxima da bagagem é, aproximadamente,

- A) 20.000 cm³.
- B) 35.000 cm³.
- C) 44.000 cm³.
- D) 52.000 cm³.
- E) 60.000 cm³.

SOLUÇÃO



$$V_{PRISMA} = A_{BASE} \cdot h$$

$V =$ Comprimento \cdot largura \cdot altura

$$V = 40 \cdot 20 \cdot 55$$

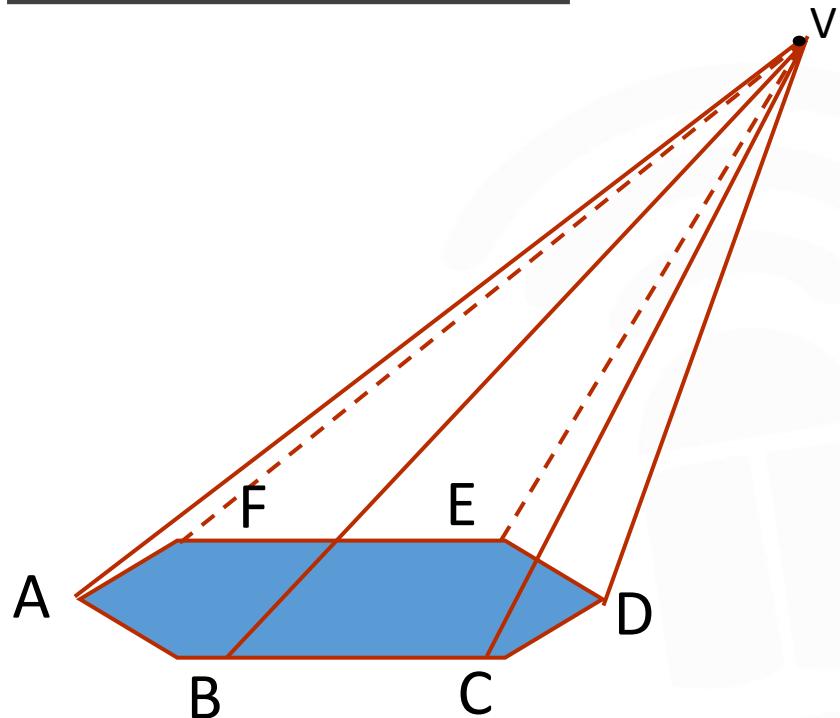
$$V = 44.000 \text{ cm}^3$$

Considerando que todo o conteúdo da bagagem de mão esteja uniformemente distribuído, a densidade máxima da bagagem é, aproximadamente,

- A) 20.000 cm³.
- B) 35.000 cm³.
- C) 44.000 cm³.**
- D) 52.000 cm³.
- E) 60.000 cm³.



PIRÂMIDE

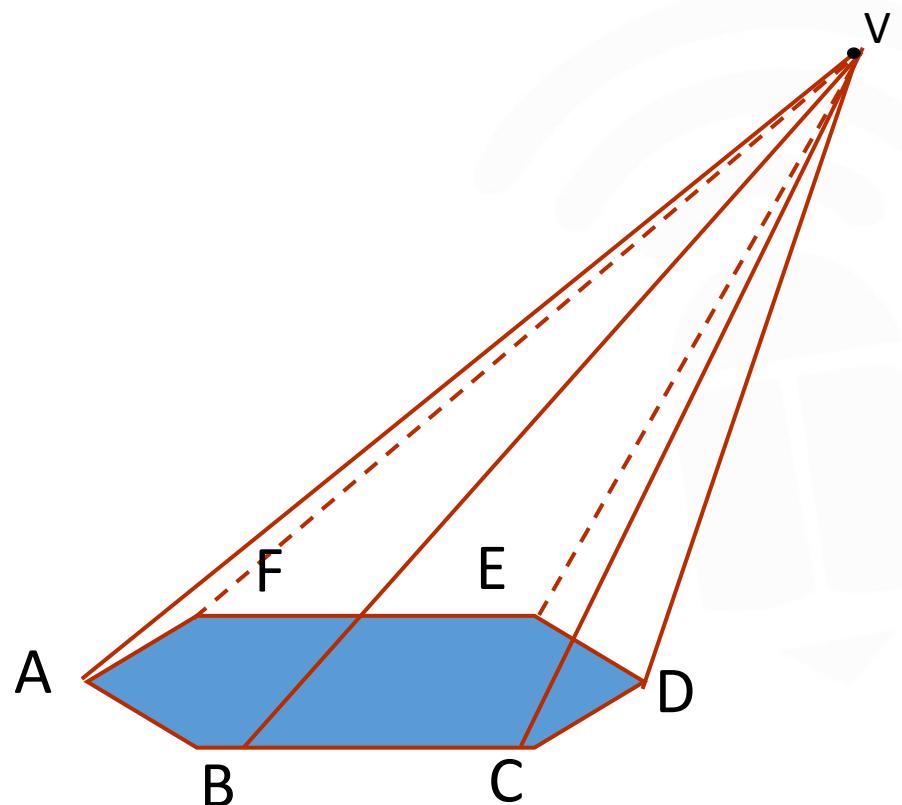


A pirâmide tem dois tipos de faces

- ✓ A base
(polígono ABCDEF).
- ✓ Faces laterais
(triângulos).

- ❖ Superfície total da pirâmide é a união da base com a superfície lateral.

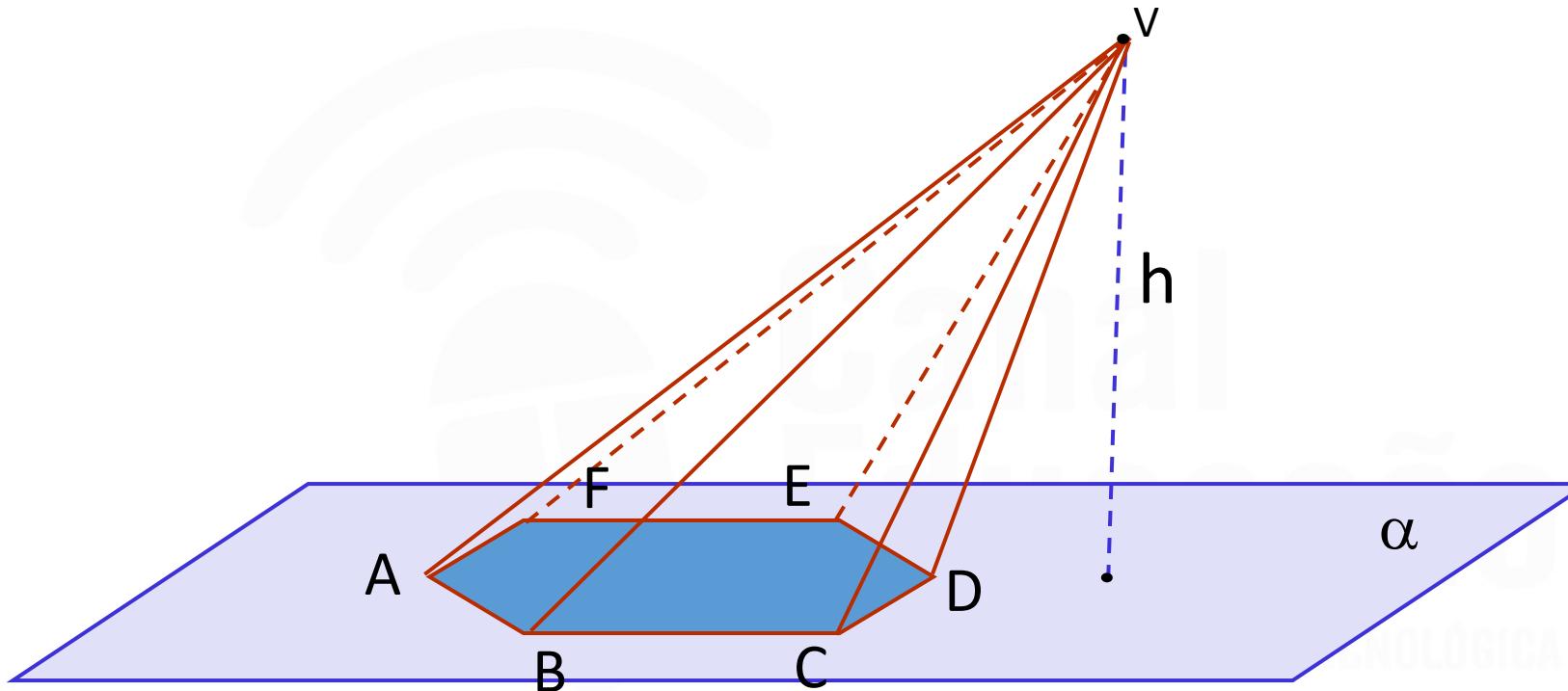
Elementos principais da pirâmide



A pirâmide tem dois tipos de arestas

- ✓ arestas da base (AB, BC, CD, DE, EF e FA).
- ✓ arestas laterais (VA, VB, VC, VD, VE e VF).

Elementos principais da pirâmide



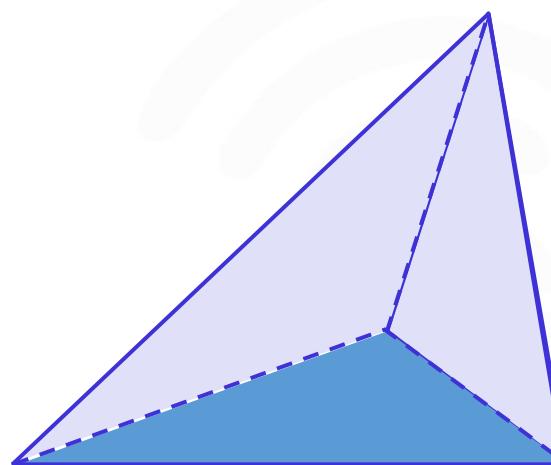
- ❖ A distância h do vértice ao plano da base é a **altura** da pirâmide.

Classificação

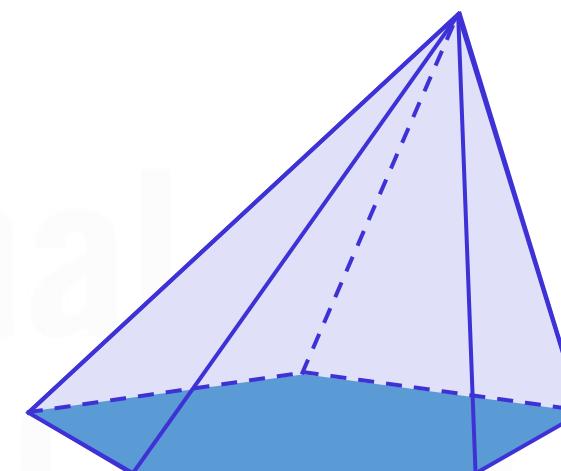
- **Uma pirâmide é classificada pelo tipo de polígono que constitui sua base.**

Polígono da base	Pirâmide
triângulo	Pirâmide triangular
quadrado	Pirâmide quadrangular
pentágono	Pirâmide pentagonal
hexágono	Pirâmide hexagonal

Veja algumas dessas pirâmides

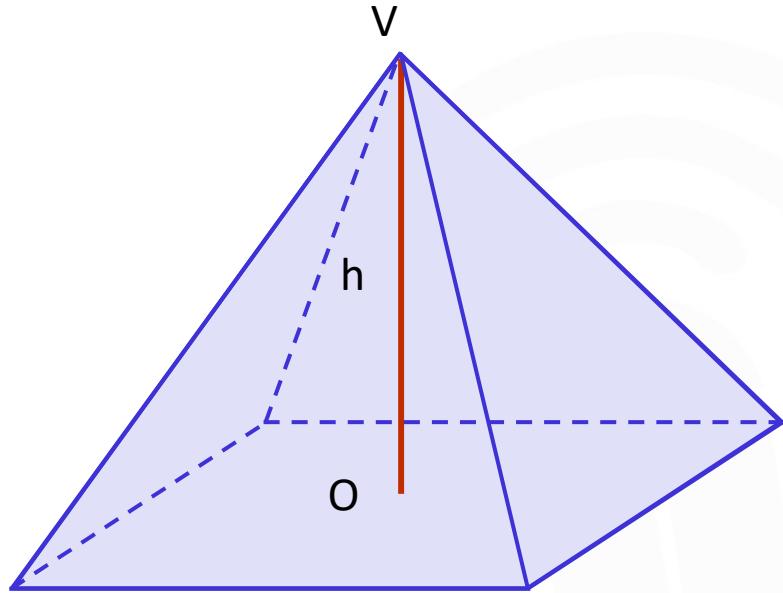


Pirâmide triangular



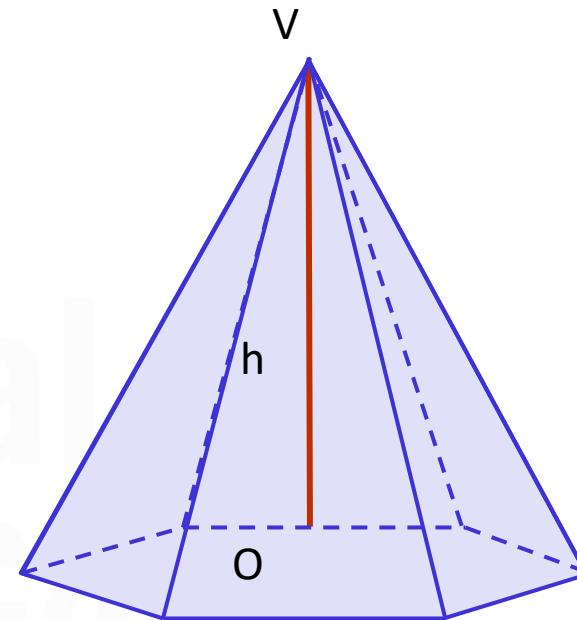
Pirâmide Pentagonal

Pirâmides regulares



A base da pirâmide é um quadrado

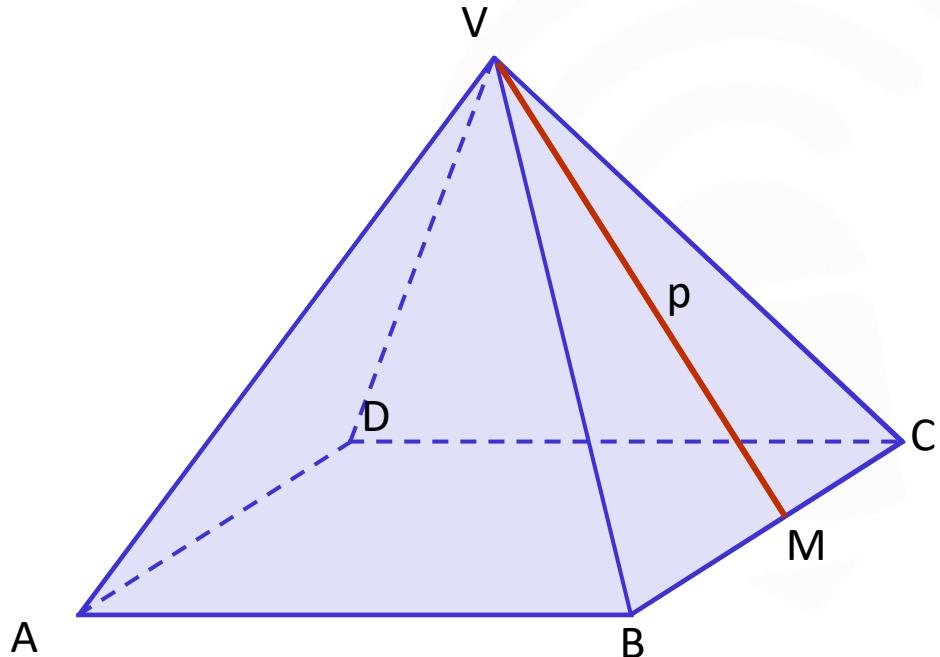
Pirâmide quadrangular regular



A base da pirâmide é um hexágono regular

Pirâmide hexagonal regular

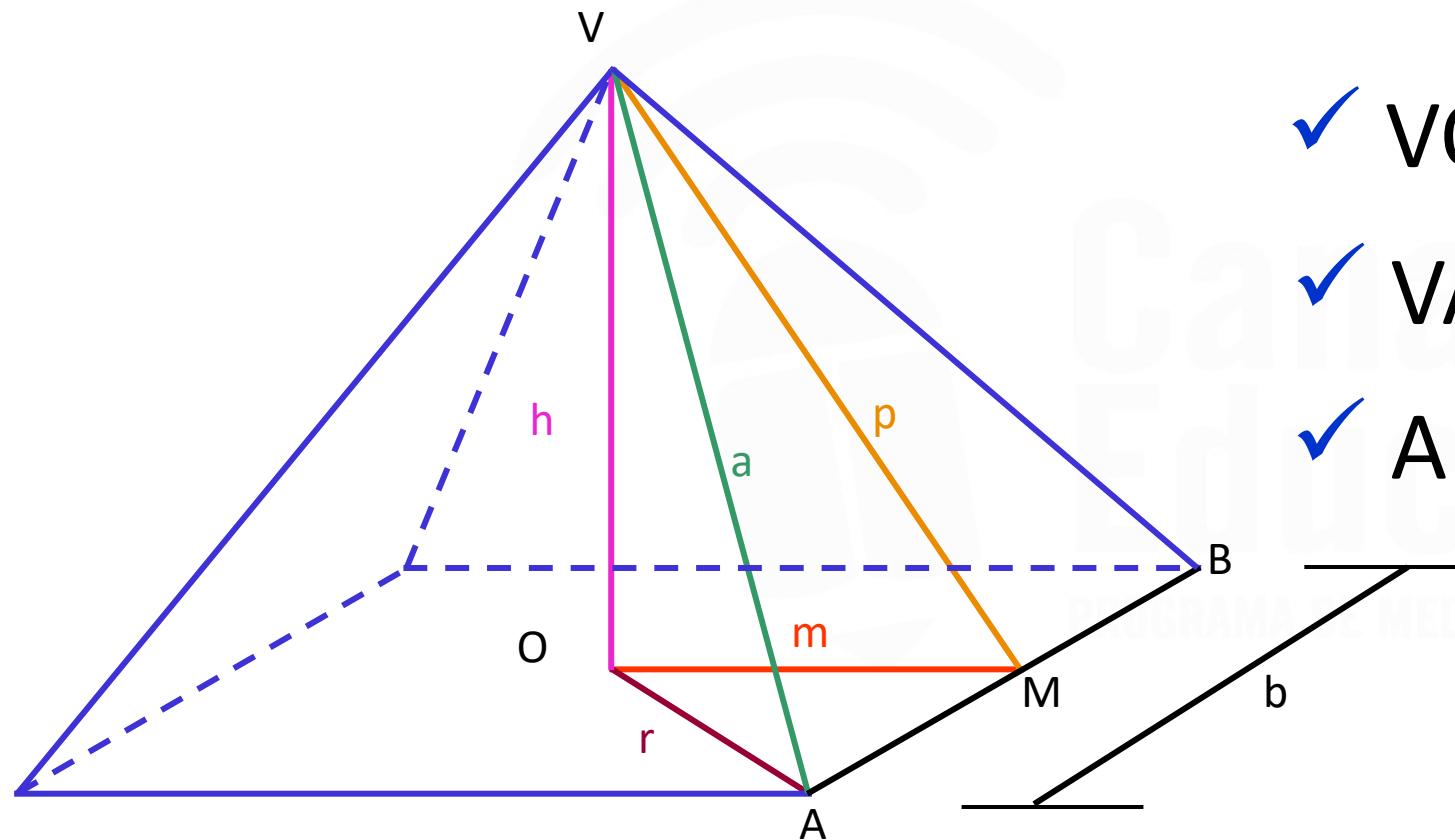
Apótema da pirâmide



VM é o apótema (p) da
pirâmide

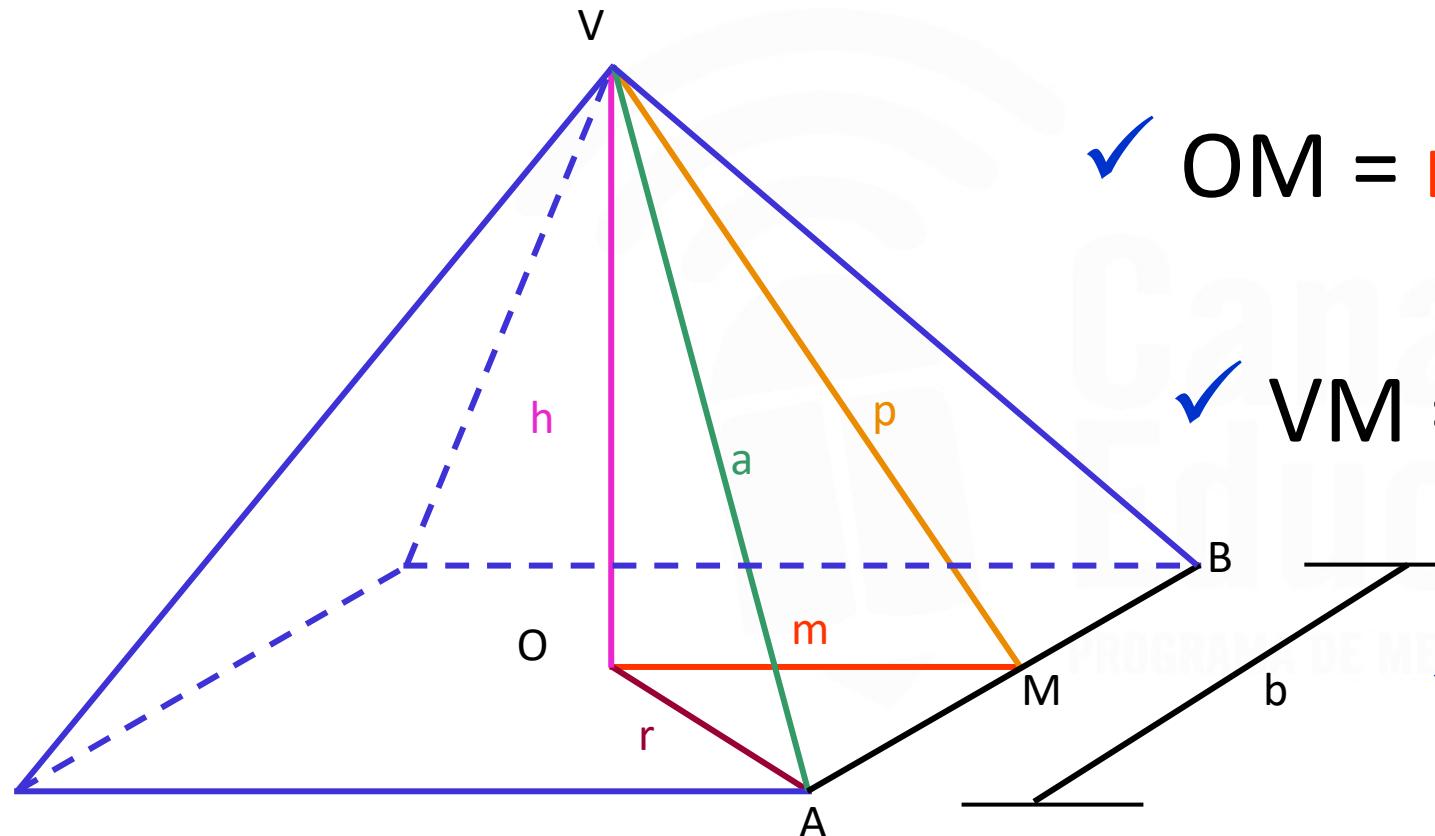
$$BM = MC$$

Segmentos notáveis na pirâmide regular



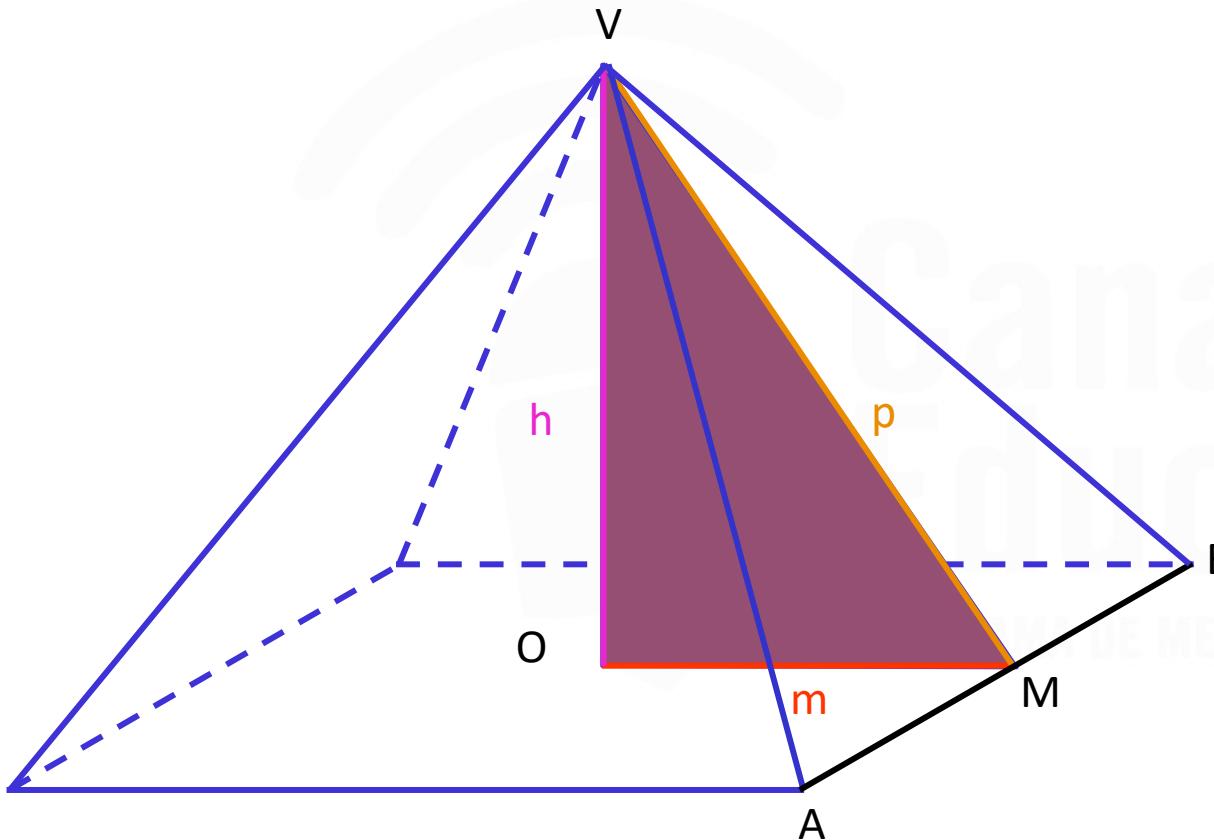
- ✓ $VO = h$, altura;
- ✓ $VA = a$, aresta lateral;
- ✓ $AB = b$, aresta da base;

Segmentos notáveis na pirâmide regular



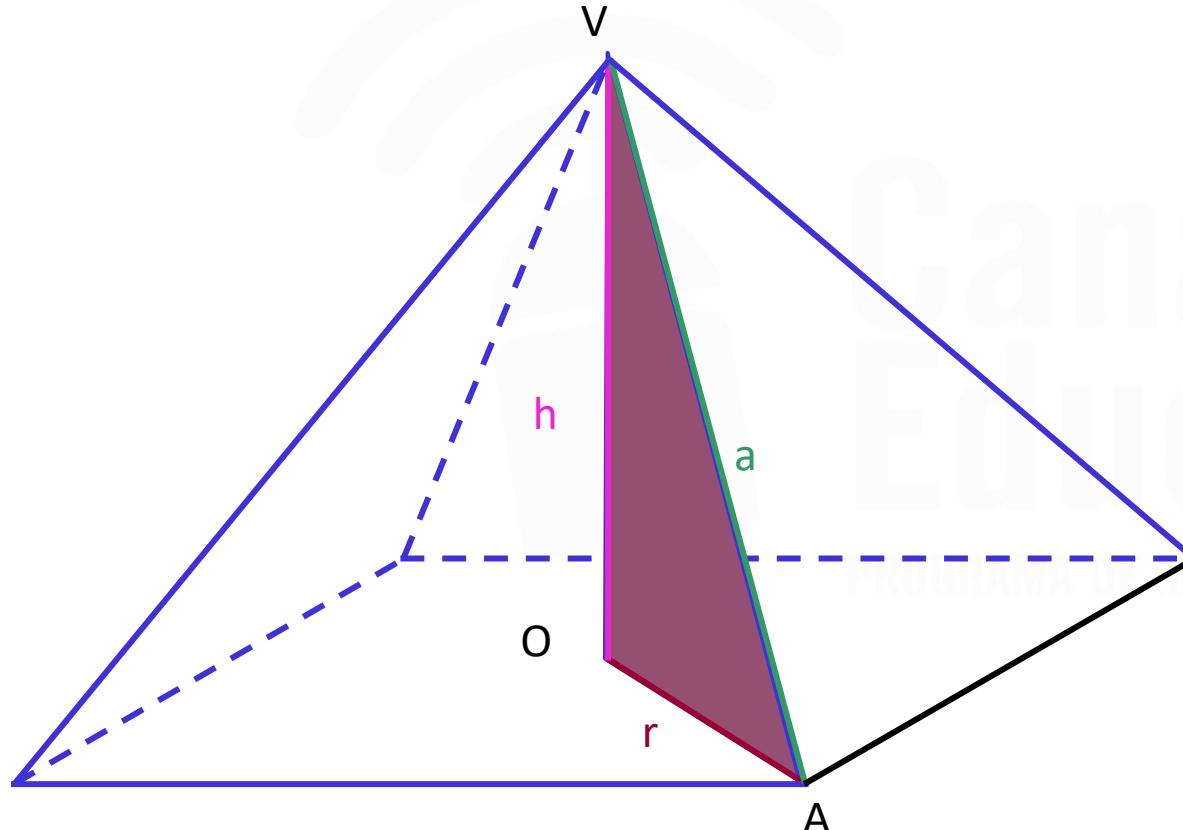
- ✓ $OM = m$, apótema da base;
- ✓ $VM = p$, apótema pirâmide;
- ✓ $OA = r$, raio da base;

A pirâmide e o teorema de Pitágoras



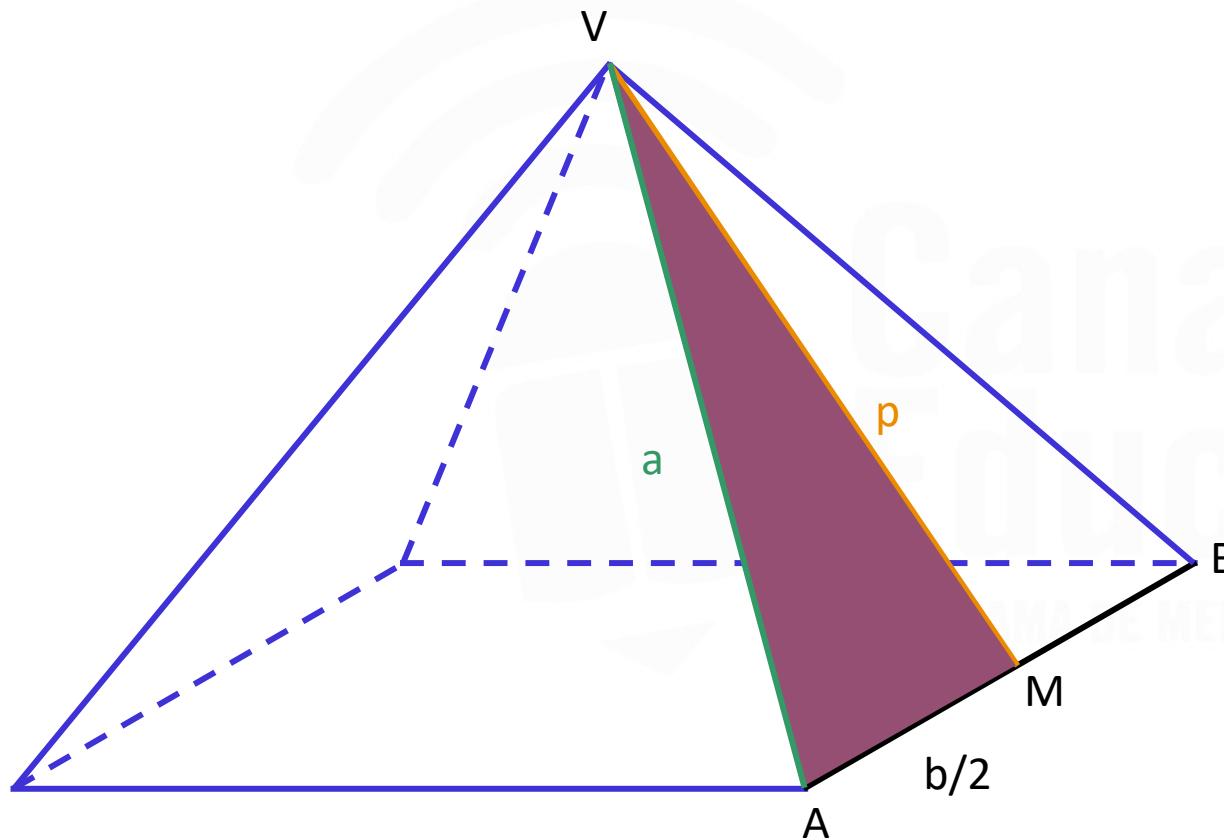
$$p^2 = h^2 + m^2$$

A pirâmide e o teorema de Pitágoras



$$a^2 = h^2 + r^2$$

A pirâmide e o teorema de Pitágoras



$$a^2 = p^2 + (b/2)^2$$

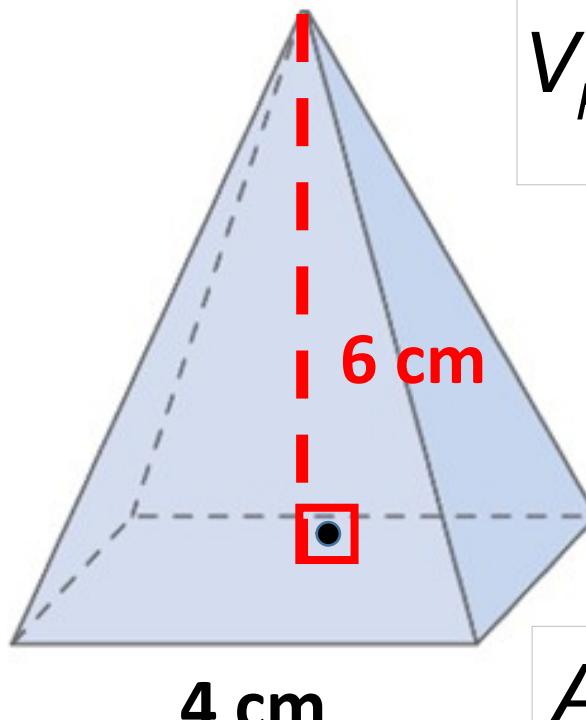
Volume da pirâmide

- Se um prisma e uma pirâmide têm alturas iguais e suas bases têm a mesma área, então o volume da pirâmide é a terça parte do volume do prisma.

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$$

ATIVIDADE

Calcule o volume de uma pirâmide regular quadrangular de altura 6 cm e aresta da base 4 cm.



$$V_{PIRÂMIDE} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 6$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 6$$

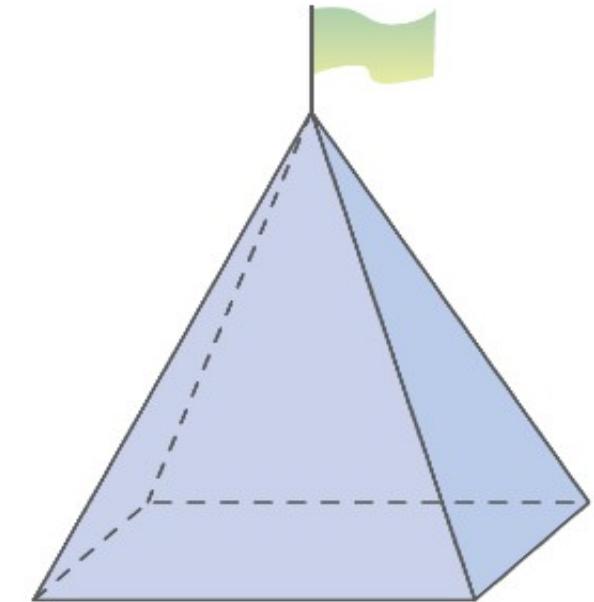
$$\Rightarrow V = 16 \cdot 2$$

$$A_{Base} = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$

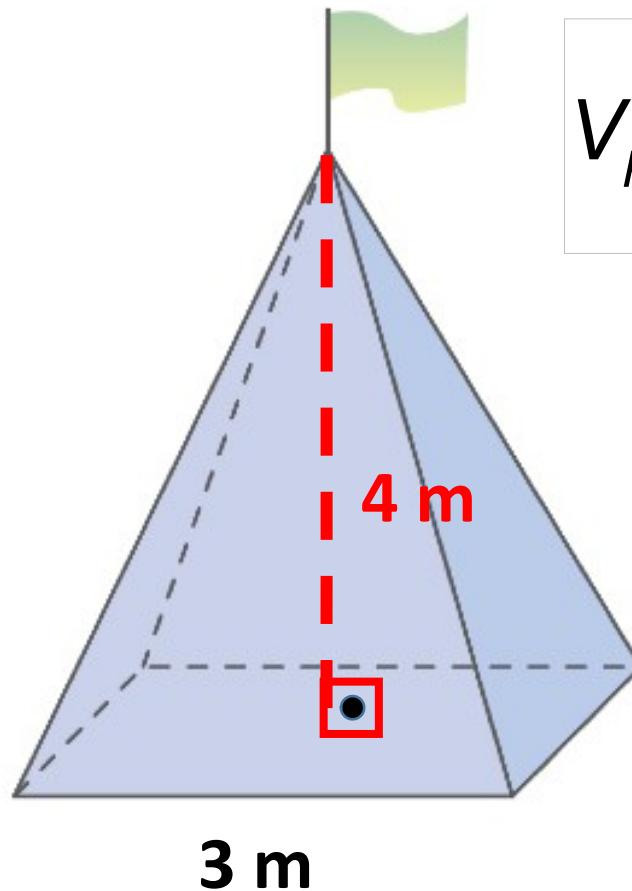
$$\Rightarrow V = 32 \text{ cm}^3$$

ATIVIDADE

(VUNESP) O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço, como mostra a figura.



Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3 m e que a altura da pirâmide será de 4 m, determine o volume de concreto (em m^3) necessário para a construção da pirâmide.



$$V_{PIRÂMIDE} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \cancel{9} \cdot 4$$

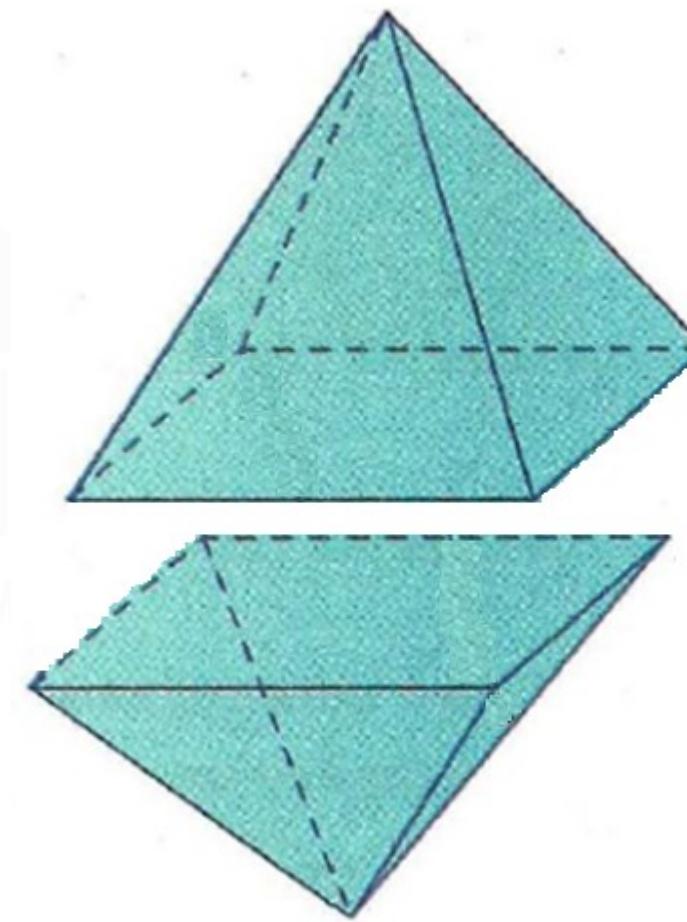
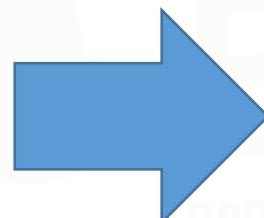
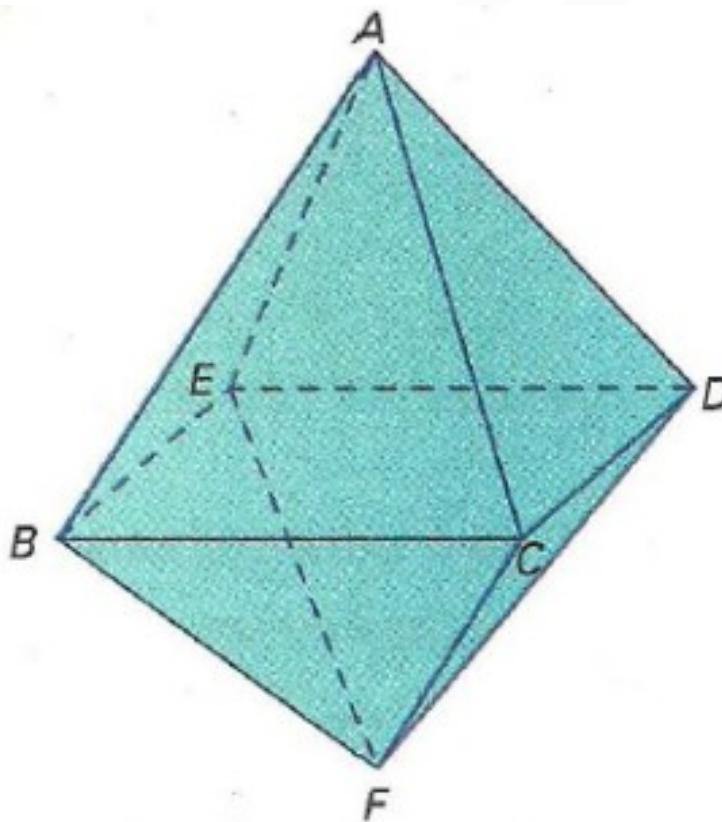
$$\Rightarrow V = 3 \cdot 4$$

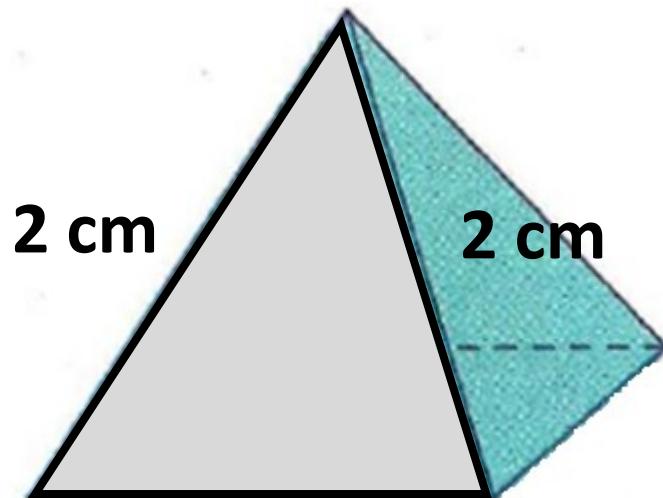
$$\Rightarrow V = 12 m^3$$

$$A_{Base} = 3^2 = 9 m^2$$

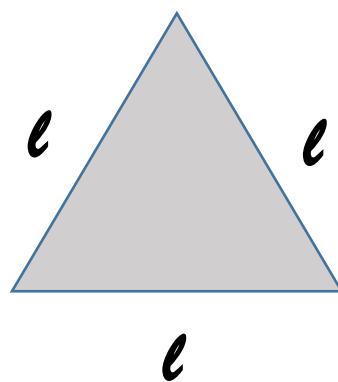
ATIVIDADE

Calcule a área total e o volume de um octaedro regular cujas arestas medem 2 cm.





2 cm

TRIÂNGULO
EQUILÁTERO

$$A = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

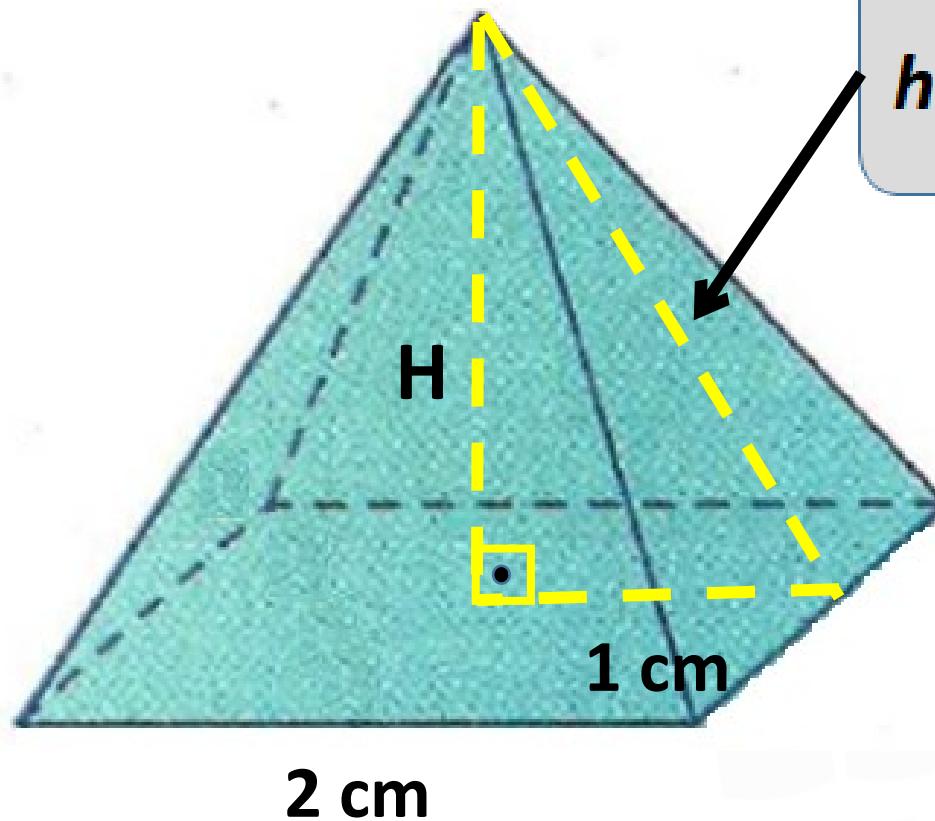
$$A = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4}$$

OCTAEDRO → 8 FACES

$$A_{TOTAL} = 8 \cdot \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{4\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \sqrt{3} \text{ cm}^2$$



$$h = \frac{\ell \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$h = \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{3} \text{ cm}$$

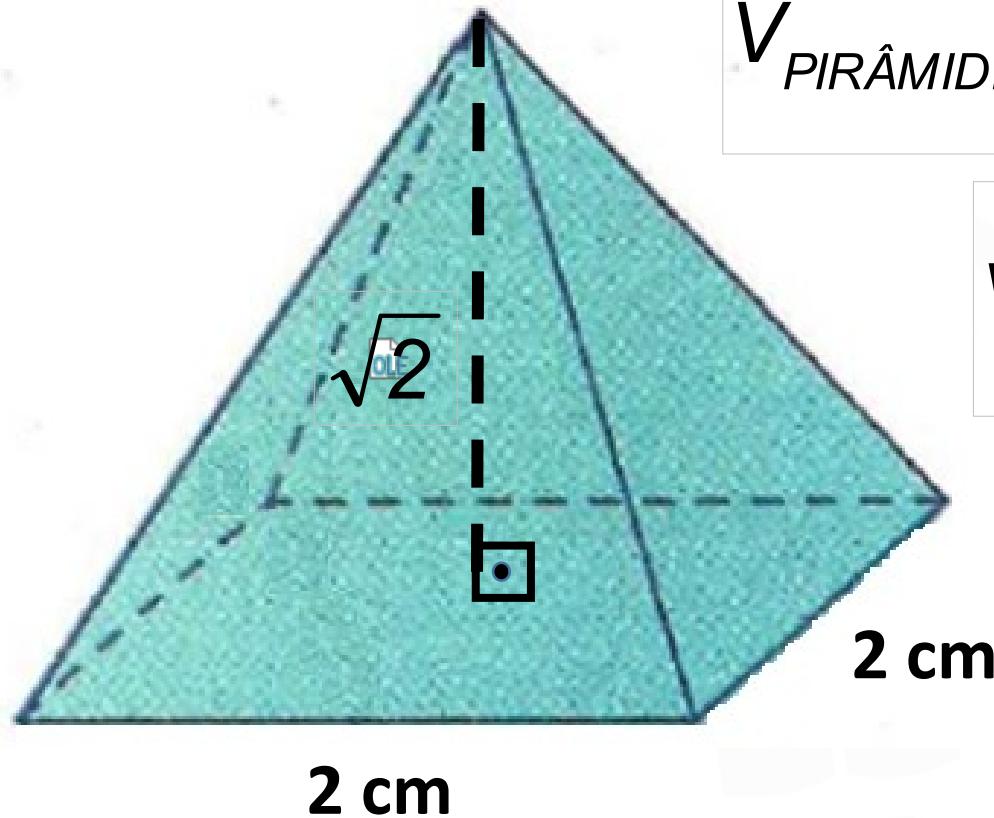
Pitágoras

$$(\sqrt{3})^2 = H^2 + 1^2$$

$$3 = H^2 + 1$$

$$H^2 = 2$$

$$H = \sqrt{2} \text{ cm}$$



$$A_{Base} = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$$

$$V_{PIRÂMIDE} \stackrel{OLE}{=} \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \stackrel{OLE}{=} 4 \cdot \sqrt{2}$$

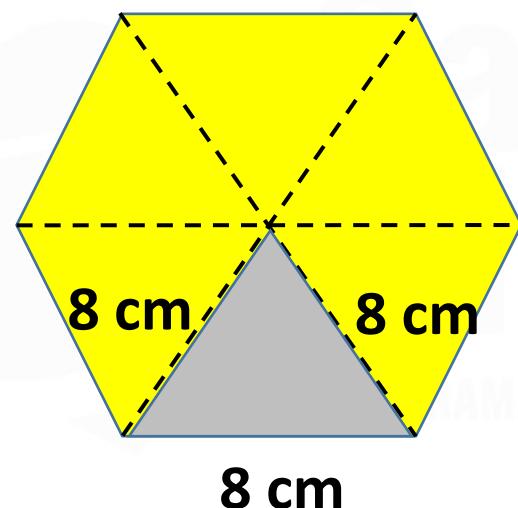
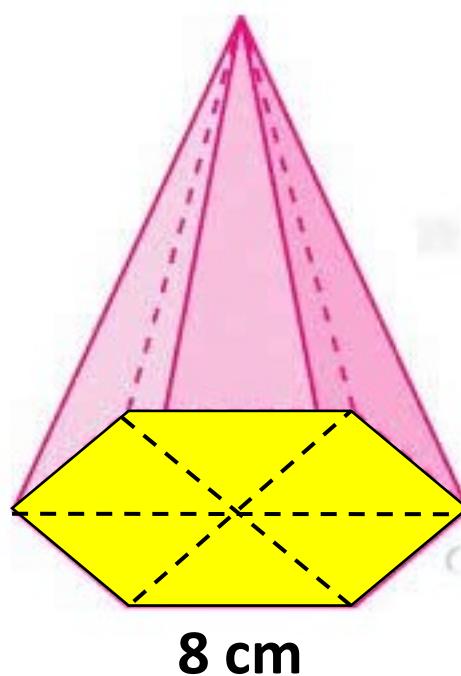
$$\Rightarrow V = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

$$V_{OCTAEDRO} \stackrel{OLE}{=} \frac{4\sqrt{2}}{3} \times 2$$

$$V_{OCTAEDRO} \stackrel{OLE}{=} \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

ATIVIDADE

Calcule o volume de uma pirâmide regular de base hexagonal sabendo que sua altura é de 12 cm e que cada aresta da base mede 8 cm.



$$A_{\text{HEXÁGONO}} = 16\sqrt{3} \times 6$$

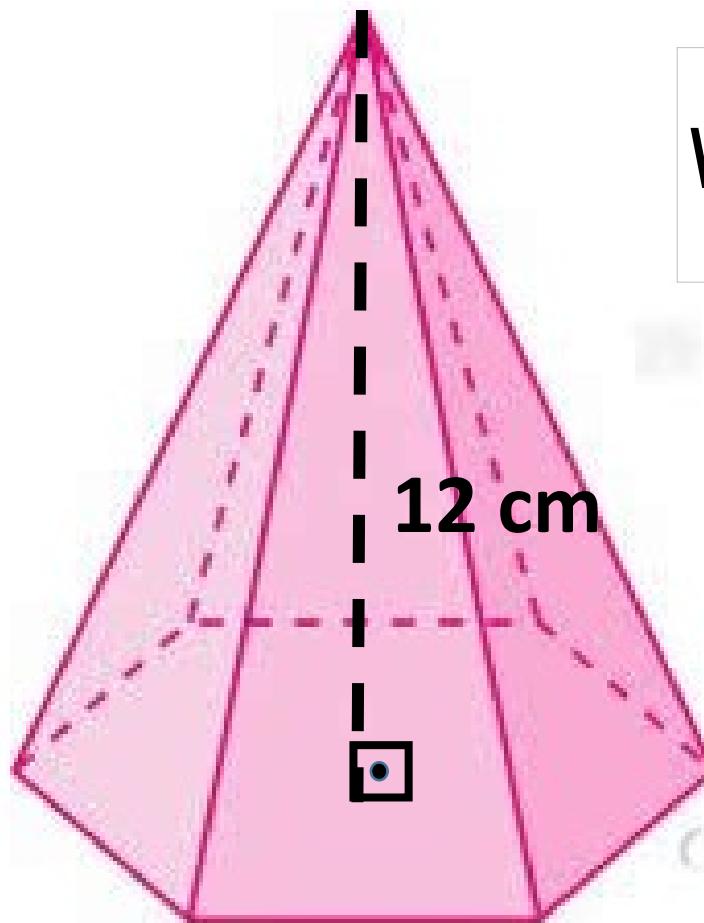
$$A_{\text{BASE}} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{64\sqrt{3}}{4}$$

$$= 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



$$V_{PIRÂMIDE} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 96\sqrt{3} \cdot 12$$

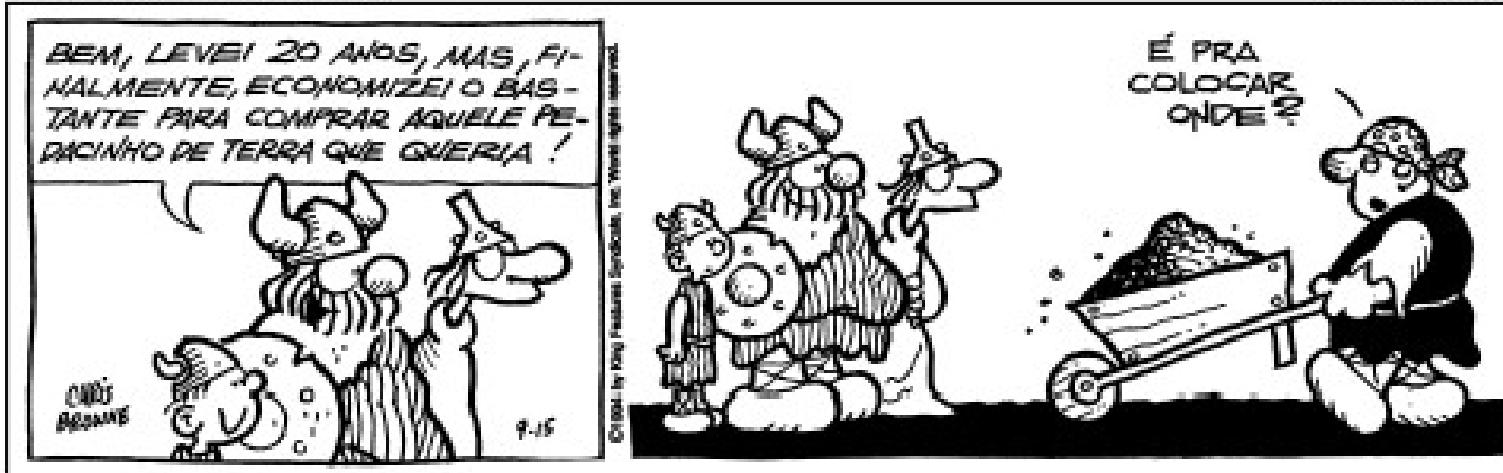
$$V = 96\sqrt{3} \cdot 4$$

$$V = 384\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

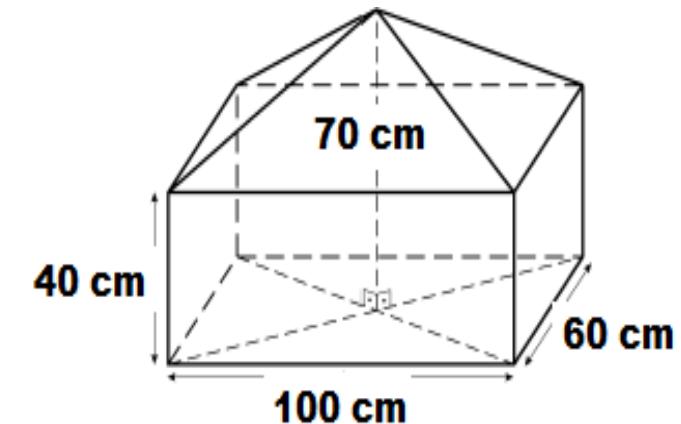
$$A_{BASE} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

ATIVIDADE PARA CASA

HAGAR, o horrível



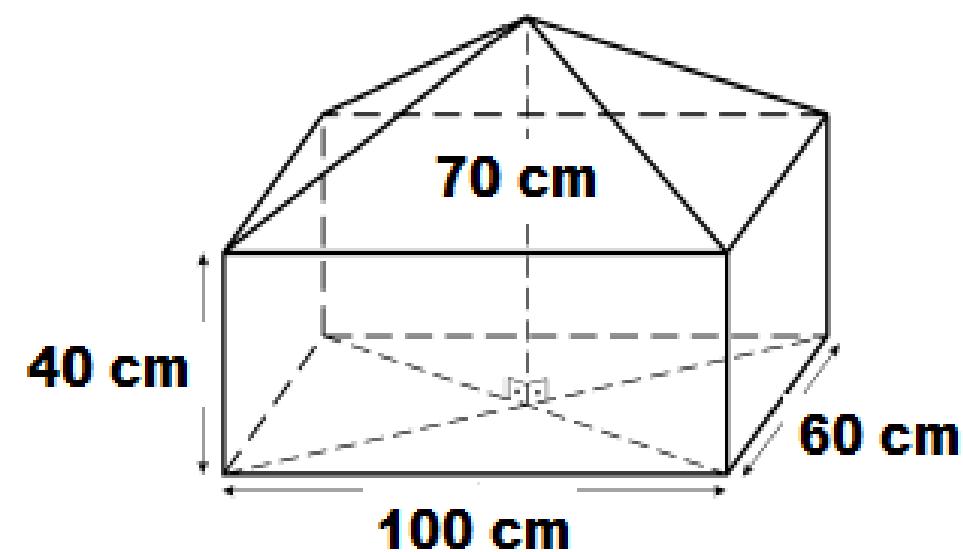
(O Globo, março 2000)



Suponha que o volume de terra acumulada no carrinho de mão do personagem seja igual ao do sólido esquematizado na figura ao lado, formado por uma pirâmide reta sobreposta a um paralelepípedo retângulo.

Assim, o volume médio de terra que Hagar acumulou em cada ano de trabalho é, em dm^3 , igual a:

- A) 12
- B) 13
- C) 14
- D) 15
- E) 16



NA PRÓXIMA AULA

GEOMETRIA ESPACIAL

PIRÂMIDES II

Canal
Educação
PROGRAMA DE MEDIÇÃO TÉCNICA