MATEMÁTICA

e suas tecnologias

PRÉ-ENEM Seduc LIVE

bora estudar?

Prof. Alexsandro Keslller

PIAUÍ é desenvolvimento | Canal Educação | EDUCAÇÃO Secretaria de Estado da Educação / SEDUC | Piauí GOVERNO DO ESTADO

SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

				21				
			16		22			
		11		17		23		
	6		12		18		24	
1		7		13		19		25
	2		8		14		20	
		3		9		15		
			4		10			
				5				

- **Progressão Aritmética (PA)**

O que revisar?

- *Termo Geral*
- *Soma dos Termos*
- *Termo Médio*

PROGRESSÃO ARITMÉTICA – (PA)

Representação

1º termo

Último termo

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n)$$

2º termo

Razão (R)

$R = a_2 - a_1$

$R = a_3 - a_2$

$R = a_4 - a_3$

.

.

.

Exemplo

1, 5, 9, 13, 17, . . .

$R = 5 - 1 = 4$

$R = 9 - 5 = 4$

$R = 13 - 9 = 4$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA – (PA)

Definição: *Toda sequência que varia pela adição de um valor fixo que recebe o nome de razão.*

Exemplos:

- $(2, 5, 8, \boxed{11}, \ldots)$ $\begin{cases} a_1 = 2 \\ R = 3 \end{cases}$
- $(15, 11, 7, \boxed{3}, \ldots)$ $\begin{cases} a_1 = 15 \\ R = -4 \end{cases}$
- $(5, 5, 5, \boxed{5}, \ldots)$ $\begin{cases} a_1 = 5 \\ R = 0 \end{cases}$

Em Toda sequência identifique o primeiro termo e a razão

R > 0 (Crescente)

R < 0 (Decrescente)

R = 0 (Constante)

PROGRESSÃO ARITMÉTICA – (PA)

Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$$

- Achar qualquer termo da sequência
- Descobrir o número de termos de uma sequência

Exemplo I

(2, 5, 8, 11, . . .) PA → *Qual o 20º termo da sequência?*

- $a_1 = 2$
- $R = 3$
- $a_{20} = ?$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$$

$$a_{20} = 2 + (20-1) \cdot 3$$

$$a_{20} = 2 + 19 \cdot 3$$

$$a_{20} = 59$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA – (PA)

Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot R$$

- Achar qualquer termo da sequência
- Descobrir o número de termos de uma sequência

Exemplo II

(2, 5, 8, 11, . . ., 77) PA ➔ *Quantos termos possui essa sequência?*

- $\boldsymbol{a_1 = 2}$
- $\boldsymbol{R = 3}$
- $\boldsymbol{a_n = 77}$

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot R$$

$$77 = 2 + (n-1)\cdot 3$$

$$(n-1)\cdot 3 = 75$$

$$n-1 = \frac{75}{3}$$

$$n-1 = 25$$

$$n = 26 \text{ termos}$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA – (PA)

Fórmula da soma dos "n" primeiros termos de uma PA

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Para trabalhar com a soma utilizamos antes a fórmula do temo geral

Exemplo

(2, 5, 8, 11, . . .) PA

Qual a soma dos 20 primeiros termos dessa sequência ?

Exemplo

(2, 5, 8, 11, . . .) PA

Qual a soma dos 20 primeiros termos dessa sequência ?

$$\underbrace{2}_{a_1}, 5, 8, 11, \ldots\ldots, a_{20})$$

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ R = 3 \\ a_{20} = ? \end{cases}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$$

$$a_{20} = 2 + (20-1) \cdot 3$$

$$a_{20} = 2 + 19 \cdot 3$$

$$\boxed{a_{20} = 59}$$

(2, 5, 8, 11, . . .) PA

Qual a soma dos 20 primeiros termos dessa sequência ?

$$a_{20} = 59$$

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2}$$

$$S_{20} = \frac{(2 + 59) \cdot \cancel{20}}{\cancel{2}}$$

$$S_{20} = 61 \cdot 10$$

$$S_{20} = 610$$

REVISANDO

Exemplo: Um fisioterapeuta elaborou o seguinte plano de treinos diários para o condicionamento de um jogador de futebol que se recupera de uma contusão:

1º dia – corrida de 6 km;
2º dia – corrida de 8 km;
3º dia – corrida de 10 km;

Nos dias subsequentes – acréscimo de 2 km em relação ao dia anterior

Quantos quilômetros esse jogador já estará correndo no **20º dia**?

A) 40 km B) 42 km C) 44 km D) 46 km E) 48 km

As distâncias percorridas diariamenta formam uma **progressão aritmética (PA)**:

$$(6, 8, 10, ... , a_{20}) \quad \begin{cases} a_1 = 6 \\ R = 2 \\ a_{20} = ? \end{cases}$$

Calculando o vigésimo termo dessa P.A., temos:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$$

$$a_{20} = 6 + (20-1) \cdot 2$$

$$a_{20} = 6 + 19 \cdot 2$$

$$a_{20} = 44\ km$$

GABARITO: "C"

PRATICANDO ENEM

QUESTÃO 1 (ENEM C1-H2) A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1.380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R$ 8.000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R$ 8.000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

A) R$ 512.000,00.

B) R$ 520.000,00.

C) R$ 528.000,00.

D) R$ 552.000,00.

E) R$ 584.000,00.

SOLUÇÃO

As distâncias entre os postes e a praça formam uma **progressão aritmética (PA)**:

$$(80,\ 100,\ 120,\ \ldots\ldots\ ,\ 1.380) \quad \begin{cases} a_1 = 80 \\ R = 20 \\ a_n = 1.380 \end{cases}$$

Calculando a quantidade de termos desta P.A., temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot R$$

$$1.380 = 80 + (n-1)\cdot 20$$

$$(n-1)\cdot 2\cancel{0} = 1.3\cancel{0}0$$

$$n-1 = 65$$

$$n = 66 \text{ postes}$$

GABARITO: "C"

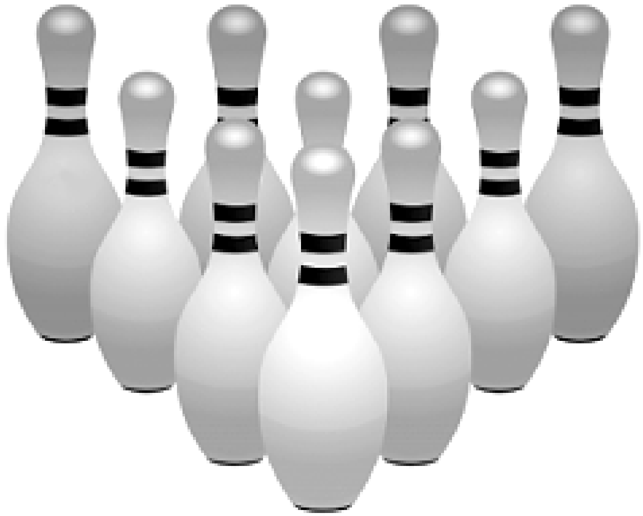
$$66 \text{ postes} \times R\$\ 8.000 = R\$\ 528.000{,}00$$

REVISANDO

Exemplo: Um jogo de boliche é jogado com 10 pinos dispostos em quatro linhas, como mostra a figura abaixo.

Se fosse inventado um outro jogo, semelhante ao boliche, no qual houvesse um número maior de pinos, dispostos da mesma forma, e ao todo com 50 linhas, o número de pinos necessários seria igual a

A) 1.125
B) 2.525
C) 2.550
D) 1.625
E) 1.275



SOLUÇÃO

Os valores das projeções formam uma progressão aritmética

(1, 2, 3, 4, ... , 48, 49, 50)

Calculando a soma dos 50 primeiros termos desta P.A., temos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \Rightarrow \frac{(1 + 50) \cdot 50}{2} \Rightarrow 1.275$$

GABARITO: "E"

Outra forma de pensar...

Friedrich Gauss

1 + 2 + 3 + 4 + ... + 47 + 48 + 49 +50

51

51

51

GABARITO: "E"

Soma = 25 x 51 = 1.275

PRATICANDO ENEM

QUESTÃO 2 (ENEM C1-H2) As projeções para a produção de arroz no período de 2012 - 2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de

A) 497,25.

B) 500,85.

C) 502,87.

D) 558,75.

E) 563,25.

SOLUÇÃO

As projeções para a produção de arroz no período de 2012 - 2021 formam uma **progressão aritmética (PA)**:

a_1

$$(50{,}25\ ;\ 51{,}50\ ;\ 52{,}75\ ;\ ....\ ,\ a_{10})$$

2012

2021

$$\begin{cases} a_1 = 50{,}25 \\ R = 1{,}25 \\ a_{10} = ? \end{cases}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$$

$$a_{10} = 50{,}25 + (10-1) \cdot 1{,}25$$

$$a_{10} = 50{,}25 + 9 \cdot 1{,}25$$

$$a_{10} = 61{,}5\ t$$

Calculando a soma das produções de arroz no período de 2012 – 2021 (10 anos)

$$\begin{cases} 2012: a_1 = 50{,}25\ t \\ 2021: a_{10} = 61{,}5\ t \end{cases}$$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(50{,}25 + 61{,}5) \cdot \cancel{10}}{\cancel{2}}$$

$$S_{10} = 111{,}75 \cdot 5$$

$$S_{10} = 558{,}75\ t$$

GABARITO: "D"

Prof. Alexsandro Kesller

- ✓ *Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Tocantins - UNITINS.*
- ✓ *Professor do canal educação desde 2016.*
- ✓ *Professor efetivo da rede estadual de ensino Seduc-PI.*
- ✓ *15 anos de experiência na preparação para os vestibulares.*
- ✓ *Professor de matemática dos principais preparatórios para concursos e vestibulares de Teresina.*

prof.alexsandro.kesller

Alexsandro Kesller

kesller.miranda@gmail.com